

Cíle vzdělávání v matematice

Die Mathematiker sind eine Art Franzosen; redet man zu ihnen, so übersetzen sie es in ihre Sprache, und dann ist es alsobald ganz etwas anderes.¹

— J. W. Goethe

Cíle vzdělávání tvoří téma, které prostupuje snad jakýmkoliv odvětvím pedagogiky. Tu, coby z podstaty věci aplikovanou vědu, orientujeme na toho, kdo se učí („učící se subjekt“) – a nutně si tedy položíme otázku *co a proč* se má učit. Způsobem, jak tuto problematiku blíže rozvrhnout, se zdá být právě formulace tzv. *cílů vzdělávání*.

Cíl v tomto případě chápu jako projev, vyjádření *smyslu*, který vzdělávání přisuzujeme.² Zajímavé ovšem je, že i *vnímání tohoto smyslu* se dospívající postupně učí, a to v širším než školském významu, nýbrž v celém svém výchovném rámci, v průběhu své socializace³ – a koneckonců, nakolik se mu naučil, to bude prokazovat po celou dobu jeho dospělosti tím, jakou hodnotu bude vzdělání přisuzovat, a to zejména v roli rodiče. Právě proto je důležité objasňovat cíle vzdělávání nejen učitelům, vychovatelům, ale i žákům samotným; a to pochopitelně nejlépe implicitně, tedy tak, aby celou výukou smysl „prosvítal“.

Taková představa ovšem není o mnoho více než osvícenský ideál. Explicitní otázka „Proč se to mám učit...?“ je od žáků zcela na místě – ba dokonce bych považoval za podezřelé spíše to, kdyby si ji vůbec nepoložili nebo pokládat přestali – a učitel by měl být dobře připraven ji zodpovědět. Stává se, že leckterí učitelé se takové otázky obávají, protože sami si na ni nikdy neodpověděli; a z pozice autority ji pak případně snadno mohou „zahrát do autu“ odkazem na tradici („Protože se to učí odjakživa“), odkazem na vyšší formální autoritu („Protože to je v zákoně“) anebo ji vůbec nepřipustit („Neptej se tak hloupě“).⁴ Myslím si přitom, že jejich reakce silně formuje další žákův postoj k učení – a ovlivňuje i to, zda a kdy u něj nastane „rezignace na teoretické poznání“, které si můžeme leckdy povšimnout už od druhého stupně základní školy.

¹ *Matematici jsou jako Francouzi. Cokoliv jim řeknete, přeloží si do vlastního jazyka, takže to okamžitě znamená něco úplně jiného.*

² To je pochopitelně silně kulturně podmíněno – každý jedinec sice projevuje nějaké poznávací potřeby jako svůj psychologický „potenciál“, ale ty bývají v různých dobách a na různých místech uspokojovány různě. Jistě na základě antropologických výzkumů najdeme společnosti, v nichž se vzdělávání, tak jak ho chápeme my, tj. v určitém společenském modelu vystavěném na principech osvícenství, vůbec nevyskytuje, a výchova se ubírá zcela odlišnými cestami.

³ Průběh tohoto učení nám může dobře schematizovat např. Kratwohlova taxonomie hodnotových cílů (SP 12, str. 5).

⁴ Pro náhled některých promyšlenějších názorů učitelů z praxe nebo vysokoškolských pedagogů viz např. článek doc. Jindřicha Bečváře *K čemu mi to bude?*, dostupný zde: <http://www.karlin.mff.cuni.cz/~becvar/Kcemumitobude.pdf>, nebo pracovní materiál Mgr. Martina Krynického *Proč a jak se učit matematiku*, dostupný z: <http://www.realisticky.cz/kapitola.php?id=62>; obojí [2016-01-19].

To je jen pár slov úvodem k tomu, proč toto téma považuji za podstatné a rozhodl jsem se psát právě o něm. Nyní už budou následovat konkrétnější popisy: nejprve hierarchie cílů vzdělávání a jejich konkrétní obsah pro matematiku na úrovni RVP G, poté konfrontace s dalšími možnými přístupy, a nakonec pokus o osobní zhodnocení.

Cíle vzdělávání v kurikulárních dokumentech

Jak jsem výše načrtnul, cíle vzdělávání se proměňují stejně jako společnost. Zároveň ale v každé době musí být nějakým způsobem zachyceny – především proto, aby sloužily pedagogům jako informační rámec pro výkon jejich povolání. Podle míry obecnosti tak můžeme cíle dokumenty kodifikující cíle vzdělávání rozvrstvit přibližně do této posloupnosti:

- a. školský zákon,
- b. Národní program vzdělávání⁵ a další strategické dokumenty,
- c. rámcové vzdělávací programy a
- d. školní vzdělávací programy,

blíže viz tzv. „pyramida cílů vzdělávání“ (SP 10, str. 8). Tyto koncepce pak naplňuje učitel v procesu výuky, kdy hovoříme už o tzv. cílech výuky, které můžeme dále rozlišovat od dlouhodobých až po konkrétní cíle vyučovací hodiny.

V dalším textu se zaměřím už pouze na úroveň obecnosti vyjadřovanou Rámcovým vzdělávacím programem, a to konkrétně pro gymnázia (RVP G). To je dokument, který nejprve obecně a následně i pro jednotlivé předměty, přesněji řečeno *vzdělávací oblasti*, stanovuje skutečně jakýsi závazný rámec, v němž se školy musejí pohybovat při sestavování vlastních plánů. Jednou z osmi vzdělávacích oblastí je zde právě i „Matematika a její aplikace“ (RVP G, str. 11).

Pokud nás tedy zajímá, jaké jsou cíle vzdělávání v matematice na gymnáziu, je třeba postupovat v souladu se strukturou dokumentu:

RVP G nejprve v bodě 3.2 stanovuje **tři základní cíle vzdělávání**:

- a. vybavit žáky klíčovými kompetencemi na úrovni, kterou předpokládá RVP G,
- b. vybavit žáky širokým vzdělanostním základem na úrovni, kterou popisuje RVP G;
- c. připravit žáky k celoživotnímu učení, profesnímu, občanskému i osobnímu uplatnění. (RVP G, str. 8)

Následuje **rozsáhlý popis klíčových kompetencí**. Pro naše účely postačí, uvedeme-li úvodní vymezení: „*Klíčové kompetence představují soubor vědomostí, dovedností, schopností, postojů a hodnot, které jsou důležité pro osobní rozvoj jedince, jeho aktivní zapojení do společnosti a budoucí uplatnění v životě.*“ (RVP G, str. 9). Následuje kategorizace, která kompetence rozděluje na kompetenci k učení, kompetenci k řešení problémů, kompetenci komunikativní, kompetenci sociální a personální, kompetenci občanskou a kompetenci k podnikavosti, a dále popisuje, co žák v rámci té které kompetence umí udělat (RVP G, str. 9–11).

Jak může žáka těmito kompetenci vybavit matematika? To je u každé vzdělávací oblasti uvedeno v odstavci nazvaném „**Cílové zaměření vzdělávací oblasti**“, kde už jsou

⁵ Dosud neexistující, byť školským zákonem předpokládaný.

kompetence vztaženy ke konkrétnímu předmětu. Vzdělávání v matematice tak žáka vede např. k „osvojování základních matematických pojmů a vztahů postupnou abstrakcí a zobecňováním na základě poznávání jejich charakteristických vlastností“, k „analyzování problému a vytváření plánu řešení, k volbě správného postupu při řešení úloh a problémů, k vyhodnocování správnosti výsledku vzhledem k zadaným podmínkám“ nebo k „pochopení matematiky jako součásti kulturního dědictví a nezaměnitelného způsobu uchopování světa“ (RVP G, str. 22); seznam čítá celkem 14 položek, které se pochopitelně překrývají a bohužel nejsou, přinejmenším zjevně, více strukturovány. Pak už následuje samotný **vzdělávací obsah**, který pro každou oblast školské matematiky popisuje **očekávané výstupy** – formulované aktivním slovesem, např. „žák odhaduje/rozkládá/rozlišuje...“ – a příslušné **učivo** – např. množiny, mocniny, pravděpodobnost... (RVP G, str. 23–25). Tímto se zřejmě konkretizuje i onen vzdělanostní základ zmíněný v základních cílech vzdělávání.

Znalosti a dovednosti ve výuce matematiky

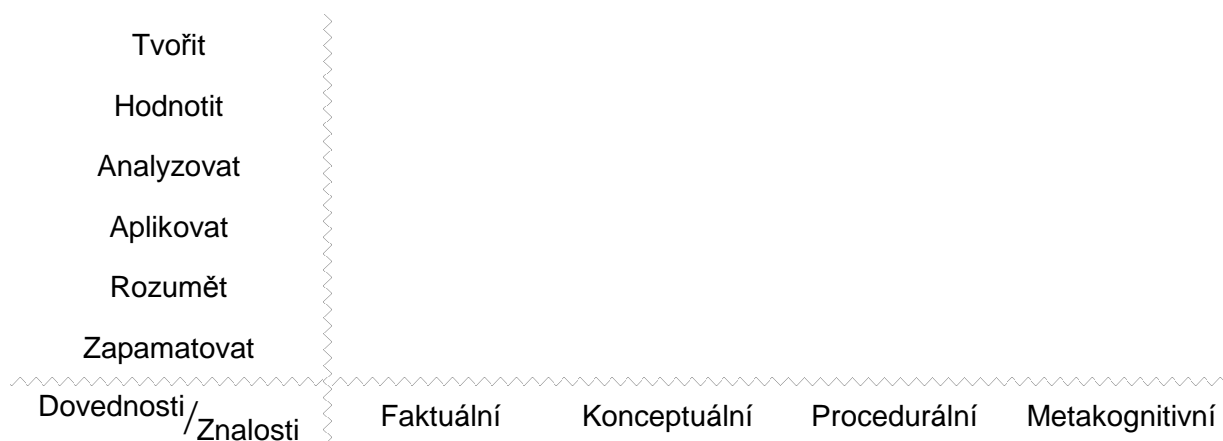
Toliko tedy stručně k požadavkům stanoveným v RVP G. Takový kurikulární dokument je jistě užitečný – zejména tím, že sjednocuje pro všechny učitele a školy jakýsi základní standard –, ale řekl bych, že slouží hlavně jako východisko pro další úvahy. Příliš totiž neříká ani jak cíle vzdělávání teoreticky uchopovat neboli jak o nich přemýšlet, ani jak výuka matematiky probíhá ve skutečnosti a na jaká úskalí při ní narážíme.

Pro teoretické uchopení nám může dobře posloužit toto obecné schéma (SP 11, str. 2–3):

Cíle vzdělávání

- a. Kognitivní cíle
 - i. rozměr znalostí ... poznání ... umět, znát něco
 - ii. rozměr dovedností ... poznávání ... umět udělat
- b. Psychomotorické cíle
- c. Afektivní cíle

Zaměřme se blíže na kognitivní cíle, protože ty stále hlavní jádro běžné školní výuky. Oba její rozměry můžeme dále rozvrstvit z hlediska kognitivní náročnosti, jak tak činí např. obecně uznávaná Bloomova taxonomie (v revidované podobě) – blíže viz článek RBT. Dostáváme tak pomyslný dvourozměrný prostor, znázorněný v tabulce níže, kde můžeme přibližně lokalizovat konkrétní výukové cíle i výsledky žáka. Podstatné je nezapomenout, že znalosti a dovednosti nejsou dva „disjunktní“ pojmy, nýbrž spíše dvě strany téže mince.



V každé vzdělávací oblasti, v každém předmětu se pak tento kognitivní prostor specificky deformuje. Načrtnu z tohoto hlediska několik momentů, které považuji za charakteristické pro výuku matematiky.

Zajímavá otázka vyvstává už na nejnižší úrovni znalostního rozměru. Co jsou to vlastně fakta v matematice? Jsou „ $2 + 2 = 4$ “, „*Úsečka je čára, která se svými body táhne rovně*“ nebo „*Čtverec nad přeponou je roven součtu čtverců nad odvěsnami*“ fakta? (Kde je subjekt a kde predikát?) A pokud ano, o čem tato fakta hovoří? O světě kolem nás? O našem myšlení...? Tuto otázku zde nechám otevřenou – ve filosofii matematiky je hojně rozvedena, např. v dílech Wittgensteina nebo Fregy –, ohradil bych se ovšem vůči případné námitce, že pokládat si ji je pro praktické účely výuky matematiky zbytečné. Přinejmenším nám totiž ukazuje, že se matematika svým charakterem dosti odlišuje od jiných školních předmětů, které zpravidla přímočaře pojednávají o „světě kolem nás“ a lidském působení v něm. Z toho pro ni nutně vyplývají i jiné cíle a metody výuky.

Nežřídká se však stává, že místo matematiky se učí „nauka o matematice“. V žácích se vyvolává dojem, že čísla, rovnice a trojúhelníky „existují“ podobně jako třeba zvířata, o nichž si vyprávějí v biologii, anebo alespoň coby jevy, které zkoumají ve fyzice. Tento klam žáci intuitivně prohlédnou, ale protože postrádají jiné náhledy, začnou postupně matematiku považovat za čím dál víc odtrženou od skutečného poznání. (Trochu tento nešvar připomíná jev častý zejména v „humanitních“ vědách, kdy se např. místo filosofie či psychologie vyučují „dějiny filosofie“ a „dějiny psychologie“...)

Právě výuka matematiky přitom umožňuje bohatě vyplnit pomyslný kognitivní prostor. Tím, že je v podstatě „ryzí metodou“, tj. nejde v ní tolik o obsahy jako o způsoby, jimiž tyto obsahy nahlížíme, může učit pestré škále dovedností, což se ve znalostním rozměru odráží podle mého názoru zejména v úrovni konceptuální a procedurální. „Matematika“ jsou tedy především nástroje, jak uchopovat pojmy (typicky statistika, funkční závislosti...), případně jak vytvářet různé struktury z daných prvků v definovaných prostředích (typicky geometrie).

Za podstatné kritérium pro posuzování cílů vzdělávání v matematice, konkrétně příslušných znalostí a dovedností, považuji také zpětné ohlédnutí za tím, co v „žácích“ utkví poté, kdy zazní poslední zvonění, oni navždy zavřou sešit z matematiky a stanou se opět pouhými „lidmi“. Asi málokdo očekává, že klíčová kompetence člověka v průběhu celého jeho dalšího života bude spočívat v tom, že např. „*využívá charakteristické vlastnosti kuželoseček k určení analytického vyjádření*“ (RVP G, str. 25). Zato je mnoho dovedností, které by mohla výuka matematiky, konkrétně třeba i analytické geometrie, u něho rozvíjet. Načrtnu jen ty, které mě napadají jako důležité:

Člověk:

- zvládne se soustředit, je důsledný a trpělivý, dokáže překonávat obtíže,
- přehledně zapisuje přijímané informace a strukturuje vlastní myšlenky,
- vnímá více aspektů téhož jevu a uvědomuje si relativitu kontextu, v němž o jevech přemýšlí,
- hledá a nachází prostředky (grafické, verbální...), jimiž by vyjádří to, co chce, a tak, aby to jeho partneři v rozhovoru pochopili,
- představuje si možná řešení různých situací,
- některá z nich dovede v přiměřeném čase zvolit a uskutečnit...

Zřejmě bychom našli odraz těchto dovedností právě v seznamu klíčových kompetencí, a výuka analytické geometrie už je má pouze rozvíjet. Legitimní je ovšem otázka, zda prostřednictvím jiných činností bychom tyto dovednosti nekultivovali lépe. Dlouhodobě se tématem didaktiky a pedagogiky matematiky i ve vztahu k jejím vzdělávacím cílům zabývá např. prof. Hejný; některé jeho koncepty jsou načrtnuty např. v HK, zejm. str. 185–191. To může být jeden z dalších zdrojů k čerpání inspirace, jak zahánět „strašidlo formalismu“, které už léta obchází výukou matematiky...

Shrnutí a závěr

Myslím si, že promyšlení cílů vzdělávání by měli učitelé věnovat prvořadou pozornost, a to jak obecně, tak vzhledem ke svému konkrétnímu předmětu. To druhé především proto, aby vůbec věděli, co dělají a proč to dělají – a to z hlediska mimoosobního smyslu jejich práce, tedy ne proto, že „tak nějak skončili na pedáku, pak nastoupili do školy a už si na to zvykli“. Co to vlastně znamená učit matematiku, proč se tím lidé zabývají...? Nutnost zodpovědět si takovou otázku jsem se pokusil načrtnout už v úvodu, a bezpochyby také souvisí s celoživotním vzděláváním a dalším profesním rozvojem. A obecně – to naopak proto, aby viděli svůj předmět v kontextu ostatních, nepřeceňovali jej a vzdělávání chápali jako komplexní činnost. Stejně jako se mnozí matematici zlobí, když někdo tvrdí, že matematiku nikdy nepotřeboval a přijde mu zbytečná, jsou tristními případy, zejména pro žáky, projevy učitelů matematiky, kteří odmítají jiné obory a jiné způsoby poznávání, např. moderní umění, sociologii nebo náboženství; děje se tak zpravidla zkrátka pro to, že jim nerozumějí.

Na otázku „Proč (se) ve škole učit matematiku?“ je tak vhodné promyslet si odpověď nejen pro sebe, ale i pro okolí. Vágní vyjádření ovšem nestačí. Např.: „Protože je zajímavá...“ Zajímavých věcí je na světě nepřeberně, třeba cyklistika, vaření nebo architektura, a taky se na střední škole v takovém rozsahu neučí... Platonici se pak pokusí dodat: „...a krásná!“, to už je vůbec subjektivní ztotožnění se s vlastním zájmem – jednak je otázkou, co vůbec je na matematice krásného, a jednak se mi nezdá, že by se v současnosti na školách estetické cítění příliš pěstovalo. Poslední pokus může znít: „Protože je užitečná“; užitečných věcí je ovšem taky plno, např. právo či lékařství, a nevyučují se ani zdaleka... Pokud nemá následovat některá z odpovědí z úvodu, je třeba otázku promyslet hlouběji, a to nejenom studiem příslušných kurikulárních dokumentů, ale též konfrontovat svoji vlastní praxi s teoretickými přístupy a oborově didaktickými výzkumy. Pak bych se ani nebál s žáky na toto téma debatovat, koneckonců učitelé chodí do školy pro ně, ne žáci pro učitele.

Zdroje

SP ... ZIELENICOVÁ, Pavla. *Studijní podklady k předmětu Pedagogika I.* [on-line prezentace]. Praha: MFF UK, 2016. [cit. 2016-01-17]

Dostupné z: <https://kdf.mff.cuni.cz/vyuka/pedagogika/materialy.php>.

RVP G ... *Rámcový vzdělávací program pro gymnázia.* [online]. Praha: Výzkumný ústav pedagogický v Praze, 2007. 100 s. [cit. 2016-01-17]. ISBN 978-80-87000-11-3.

Dostupné z: http://www.vuppraha.cz/wp-content/uploads/2009/12/RVPG-2007-07_final.pdf.

RBT ... *Bloomova taxonomie.* [online]. Praha: Metodický portál RVP, 2014. [cit. 2016-01-18]

Dostupné z: http://wiki.rvp.cz/Knihovna/1.Pedagogicky_lexikon/B/Bloomova_taxonomie

HK ... HEJNÝ, Milan a František KURŽINA. *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování.* 3. vydání. Praha: Portál, 2015, 232 stran. ISBN 9788026209010.